Si au cours de l'épreuve un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

La calculatrice est autorisée

Consignes à suivre :

- Numéroter les pages. Numéroter les questions (inutile d'écrire les titres).
- Soigner la rédaction & soigner la présentation : aérer la copie, encadrer ou souligner les résultats.
- Lire rapidement l'ensemble du sujet en début d'épreuve : les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans l'ordre de votre choix.
- Pour un exercice donné, traiter et rendre les questions dans l'ordre.
- Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne sera pas prise en compte.

I - Détermination expérimentale des caractéristiques d'une bobine

On souhaite déterminer les caractéristiques (L, r) d'un bobinage réel modélisé par l'association série d'une inductance L et d'une résistance interne r.

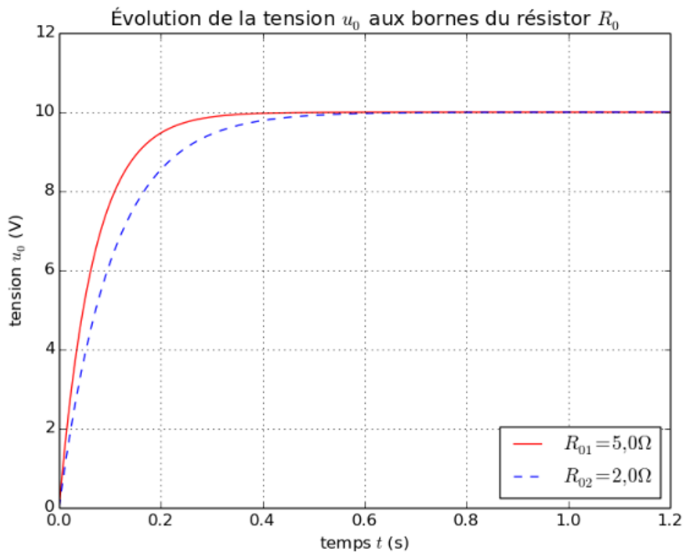
On applique une tension créneau $u_g(t)$, de période T, évoluant entre 0 et 10 V, aux bornes d'un circuit constitué de la bobine réelle associée en série avec un conducteur ohmique de résistance R_0. On relève la tension $u_R(t)$ aux bornes de R_0. Le générateur délivrant $u_g(t)$ est doté d'une résistance interne $R_g = 1,0\,\Omega$

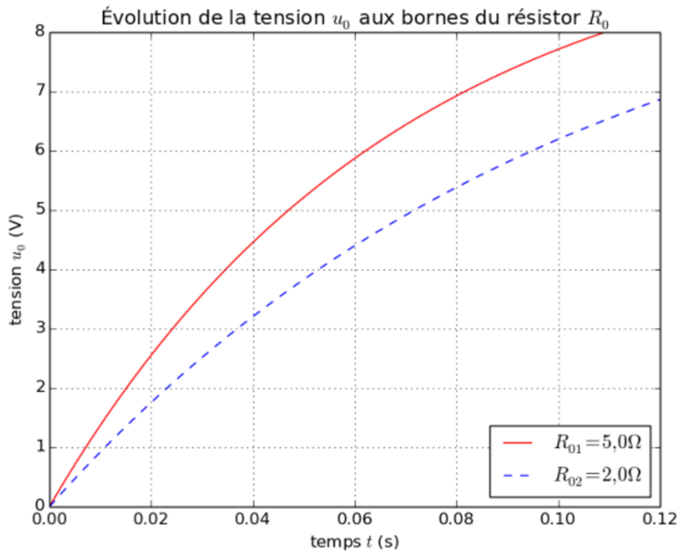
L'expérience est réalisée avec deux valeurs de R_0, respectivement $R_{01} = 5,0\,\Omega$ et $R_{02} = 2,0\,\Omega$.

1) On suppose que, pour le bobinage étudié, L est de l'ordre de 1 H et que r est de l'ordre de $1\ \Omega$. Quelle valeur de période T peut-on conseiller pour le générateur ? Justifier la réponse.

2) En exploitant les relevés expérimentaux ci-dessous, présentant la tension $u_R(t)$, déterminer les constantes de temps τ_1 et τ_1 relatives à l'évolution de l'intensité $i(t)$ traversant le bobinage, obtenues respectivement pour R_{01} et R_{02}.

Les graphes fournis correspondent à une acquisition de $u_R(t)$ réalisée sur une demi-période du générateur pour deux valeurs différentes de R_0. Ces courbes sont proposées à deux échelles différentes.





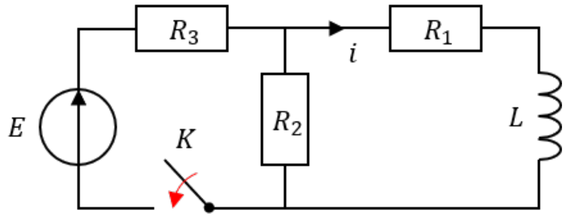
3) Établir une expression littérale de r en fonction des grandeurs τ_1, τ_2, R_g, R_{01} et R_{02}. Évaluer numériquement r.

4) Déduire la valeur de L des mesures précédentes.

\- Fin de la partie I -

II - Étude d'une inductance

On considère le circuit ci-contre, composé de 3 résistances R_1, R_2 et R_3, d'une bobine idéale d'inductance L et d'un générateur idéal de force électromotrice E. On suppose que l'interrupteur K est ouvert depuis un temps très grand devant le temps caractéristique d'évolution du circuit. En $t = 0$, on ferme l'interrupteur.



5) Déterminer la valeur de $i(0^-)$. En déduire celle de $i(0^+)$.

6) Déterminer la valeur de $i(t \to \infty)$, notée i_∞ dans la suite.

7) Montrer que l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$ pour des temps $t > 0$ s'écrit :

$$\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = \frac{i_\infty}{\tau} \quad \text{avec :} \quad \tau = \frac{L\,(R_2 + R_3)}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3}$$

8) Déterminer la solution de cette équation différentielle. L'exprimer fonction de t, τ et i_∞.

On suppose dans la suite que l'interrupteur K est fermé depuis un temps très grand T devant le temps caractéristique d'évolution du circuit ($T \gg \tau$). À $t = T$, on ouvre l'interrupteur.

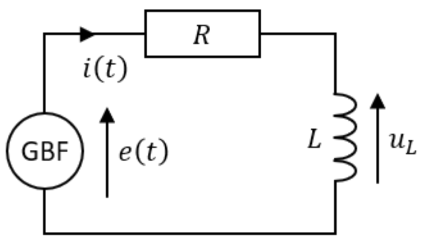
9) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$ pour des temps $t > T$. Identifier une constante de temps τ_2.

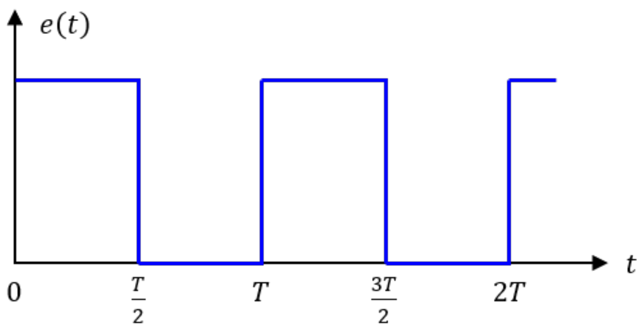
10) Déterminer l'énergie stockée dans la bobine en $t = T$, ainsi que l'énergie dissipée par effet Joule par l'ensemble des résistances entre $t = T$ et $t = +\infty$.

----------------------------------- Fin de la partie II -----------------------------------

III - Circuits RL en série

On se propose d'étudier la réponse d'un circuit (RL) à une tension en créneaux délivrée par un générateur basse fréquence (GBF). Le circuit ci-dessous comporte une bobine parfaite d'inductance L, une résistance R et un GBF délivrant une tension en créneaux $e(t)$ représentée ci-dessous. On suppose qu'en $t = 0^-$, toutes les intensités et tensions du circuit sont nulles.





11) On définit la constante de temps τ, exprimée en secondes, du circuit (RL) par une relation du type $\tau = L^\alpha R^\beta$ où α et β sont deux constantes réelles. En résonant sur les relations entre i et u des dipôles, déterminer la valeur des exposants α et β.

12) Pour $t \in \left]0\,,\frac{T}{2}\right[$, établir l'équation différentielle régissant les variations de l'intensité $i(t)$ dans le circuit. En déduire l'expression de $i(t)$ puis de $u_L(t)$.

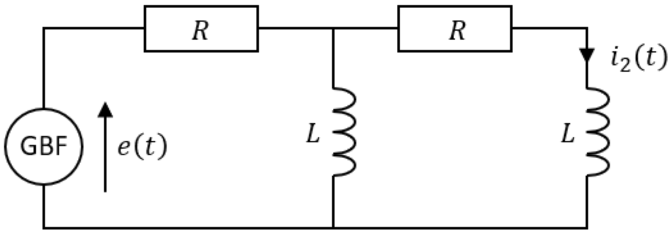
13) Tracer l'allure des courbes représentatives de $i(t)$ et de $u_L(t)$ en précisant les valeurs vers lesquelles ces fonctions tendent en régime permanent, ainsi que les pentes des tangentes à l'origine.

14) Déterminer complètement l'expression de $i(t)$ et de $u_L(t)$ pour $t \in \left]\frac{T}{2}\,,T\right[$ en fonction de t, T, τ, E et R. Attention, ne pas faire l'hypothèse qu'un régime permanent est atteint en $t = \frac{T}{2}$.

Le GBF est réglé sur la fréquence $f = 1,0$ kHz. On donne : $L = 1,0$ H et $R = 1,0$ kΩ.

15) Comparer la période T de la tension délivrée par le GBF et la constante de temps τ du circuit. Tracer qualitativement l'évolution des graphes de $i(t)$ et de $u_L(t)$ sur quelques périodes.

On s'intéresse au circuit suivant, constitué de deux cellules (RL) en série, alimenté par la même tension de précédemment. On suppose qu'en $t = 0^-$, toutes les intensités et tensions du circuit sont nulles.



16) Pour $t \in \left]0\,,\,\frac{T}{2}\right[$, montrer que $i_2(t)$ est solution de l'équation différentielle :

$$\frac{d^2 i_2}{dt^2} + 3\omega_0\,\frac{di_2}{dt} + \omega_0^2\,i_2 = 0$$

Donner le nom et l'expression de ω_0. Introduire le facteur de qualité Q et donner son expression.
On pose pour la suite :

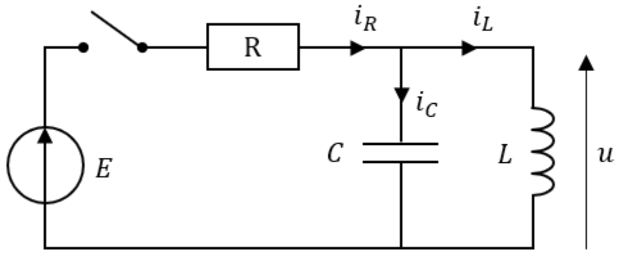
$$\lambda = \frac{\omega_0}{2Q} \quad \text{et} \quad \Omega = \sqrt{\left|\lambda^2 - \omega_0^2\right|}$$

17) Déterminer $i_2(0^+)$ et $\dfrac{di_2}{dt}(0^+)$, puis en déduire l'expression complète de $i_2(t)$. La tracer.

---------------------------------- Fin de la partie III ----------------------------------

IV - Circuit oscillant R(LC)

On s'intéresse au circuit ci-contre. On suppose qu'en $t = 0^-$ le circuit est dans un état stationnaire. On ferme l'interrupteur en $t = 0$.



18) Déterminer les valeurs de u, i_L et i_C en $t = 0^-$.
19) En déduire les valeurs de u et $\dot{u}$ en $t = 0^+$.
20) Montrer que l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ pour $t > 0$ s'écrit :

$$\ddot{u} + \frac{\omega_0}{Q}\,\dot{u} + \omega_0^2\,u = 0$$

Exprimer alors Q et ω_0 en fonction de R, L et C.
21) Comment choisir Q pour observer des oscillations de la tension $u(t)$? Comment choisir Q pour que $u(t)$ retrouve le plus rapidement possible un régime stationnaire ?

---------------------------------- Fin de la partie IV ----------------------------------

V - Détermination de l'écart angulaire entre deux étoiles

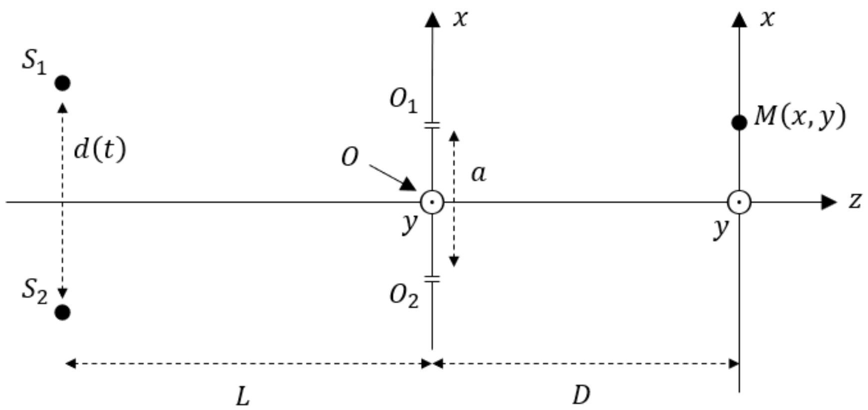
Soit deux étoiles S_1 et S_2, séparées d'une distance d et situées à une distance L de la Terre (dans le plan $z = 0$), éclairant un dispositif à trous d'Young (les trous sont supposés infiniment fins). On place en amont du dispositif un filtre vert (non représenté sur le schéma), afin de ne considérer que la longueur d'onde $\lambda = 500$ nm provenant de chaque étoile. On admet que l'éclairement (ou intensité lumineuse) de chaque étoile vaut E_0.

Les trous d'Young sont espacés d'une distance a réglable, placés symétriquement par rapport au plan (Oyz). Un écran d'observation est placé à une distance D des trous d'Young. Soit un point $M(x, y)$ situé sur l'écran.

On suppose que : $L \gg d$ et a ; et $D \gg a, x$ et y.

Formulaire :

$$\cos(p) + \cos(q) = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\,\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$



22) Donner les coordonnées cartésiennes (x, y, z) des points S_1, S_2, O_1, O_2 et M. On rappelle que le point O est le centre du repère.

V.1 - Figure d'interférence crée par une étoile seule

Dans cette partie seule l'étoile S_1 est prise en compte. On note : $\delta_1 = (S_1O_1M) - (S_1O_2M)$ la différence de marche entre les deux rayons issus de S_1 et arrivant au point M.

23) À l'aide d'un développement limité à l'ordre 1 de la différence de marche, montrer que :

$$\delta_{1a} = (O_1M) - (O_2M) = -\frac{ax}{D}$$

24) Donner sans refaire de calcul mais en argumentant rigoureusement votre raisonnement, l'expression de : $\delta_{1b} = (S_1O_1) - (S_1O_2)$.

25) En déduire l'expression de δ_1 .

26) Rappeler le lien entre l'éclairement E (ou intensité lumineuse) d'une onde électromagnétique et l'amplitude A de son champ électrique.

27) Exprimer à l'aide de la formule de Fresnel (mais sans la démontrer) l'éclairement $E_1(x)$ que l'on observerait à l'écran si l'étoile 1 était seule.

28) Tracer $E_1(x)$. Quelle figure d'interférences observe-t-on ?

29) Déterminer l'interfrange i en fonction de λ, D et a.

V.2 - Figure d'interférence crée par les deux étoiles

30) Sans refaire de calcul mais en argumentant rigoureusement votre raisonnement, donner l'expression de δ_2, la différence de marche entre les deux rayons issus de S_2 et arrivant au point M : $\delta_2 = (S_2O_1M) - (S_2O_2M)$. En déduire l'expression de $E_2(x)$, l'éclairement observé sur l'écran si l'étoile S_2 était seule.

On considère désormais que les deux étoiles ont présentes. La lumière issue de S_1 n'étant pas cohérente (*notion vue en deuxième année*) avec celle issue de S_2, on admet que l'éclairement résultant sur l'écran est alors égal à la somme des éclairements de chaque source : $E_{tot} = E_1 + E_2$.

31) Montrer que l'éclairement observé à l'écran vaut :

$$E_{tot}(x) = 4E_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda D}\right)\cos\left(\frac{\pi ad}{\lambda L}\right)\right]$$

32) Déterminer la plus petite valeur de a, notée a_{min}, permettant de détruire la figure d'interférence, c'est-à-dire que l'éclairement observé sur l'écran est uniforme.

33) Expérimentalement, on mesure $a_{min} = 1,3$ mm. En déduire la valeur de l'écart angulaire $\theta = \widehat{S_1OS_2}$ entre les deux étoiles. Ces deux étoiles sont-elles discernables à l'œil nu ?

------------------------------------ Fin de la partie V ------------------------------------